



Информация за изпълнение на етап на проект

Наименование на конкурса:
Конкурс за финансиране на научни изследвания – 2017 г.
Основна научна област:
Математически науки и информатика
№ на договор:
ДН12/2
Начална и крайна дата на проекта:
декември 2017 – декември 2020
Заглавие на проекта:
Риманова и комплексна геометрия
Базова организация:
Институт по математика и информатика - БАН
Партньорски организации:
няма
Ръководител на научния колектив (академична длъжност, научна степен, име):
Проф. д-р Величка Милушева
Общ размер на отпуснатото финансиране за първи етап:
60000 лева
Интернет страница на проекта (ако има такава):
http://math.bas.bg/rcgeometry/
Научни публикации по проекта:
- в списания с импакт фактор (IF): 1.1. J. Davidov, <i>Generalized metrics and generalized twistor spaces</i>, Mathematische Zeitschrift 291 (2019), 17-46, DOI:https://doi.org/10.1007/s00209-018-2071-8 (ISSN: 1432-1823), IF (2018): 0.832, (Q2),



<https://link.springer.com/article/10.1007/s00209-018-2071-8>

- 1.2. J. Davidov, *Product twistor spaces and Weyl geometry*, (2019), приета за печат в Proc. Amer. Math. Soc., (ISSN:0029-9939) **IF** (2018): **0.813**, (Q2).
- 1.3. J. Davidov, *Twistorial examples of Riemannian almost product manifolds and their Gil-Medrano and Naveira types*, приета за печат в Int. J. Geom. Methods Modern Phys., (ISSN:0219-8878), **IF** (2018): **1.022** (Q3).
- 1.4. J. Davidov, O. Mushkarov, *Twistorial examples of almost Hermitian manifolds with Hermitian Ricci tensor*, Acta Math. Hungar. 156 (2018), 194-203, DOI:<https://doi.org/10.1007/s10474-018-0833-8>, (ISSN:0236-5294). **IF** (2018): **0.538**, (Q4), <https://link.springer.com/article/10.1007/s10474-018-0833-8>
- 1.5. N. Nikolov, M. Trybula, *Gromov hyperbolicity of the Kobayashi metric on C-convex domains*, J. Math. Anal. Appl. 486 (2018), No 2, 1164-1178. **IF** (2018): **1.188**, (Q1), <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022247X18307406>
- 1.6. N. Nikolov, M. Trybula, *Estimates for the squeezing function near strictly pseudoconvex boundary points with applications*, arXiv: 1808.07892, J. Geom. Anal. (to appear), **IF** (2018): **0.959**, (Q2) <https://arxiv.org/pdf/1808.07892.pdf>
- 1.7. N. Nikolov, P. J. Thomas, *Comparison of the Bergman kernel and the Caratheodory-Eisenman volume*, Proc. Amer. Math. Soc., DOI: 10.1090/proc/14604. **IF** (2018): **0.813**, (Q2), <https://www.ams.org/journals/proc/0000-000-00/S0002-9939-2019-14604-9/home.html>
- 1.8. Y. Aleksieva, V. Milousheva, *Minimal Lorentz surfaces in Pseudo-Euclidean 4-space with Neutral Metric*, Journal of Geometry and Physics, 142 (2019), 240-253, <https://doi.org/10.1016/j.geomphys.2019.04.008>, ISSN: 0393-0440, **IF** (2018): **0.806**, (Q2), <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0393044019300713>
- 1.9. G. Ganchev, V. Milousheva, *Surfaces with Parallel Normalized Mean Curvature Vector Field in Euclidean or Minkowski 4-Space*, Filomat Vol 33, No 4 (2019), ISSN: 2406-0933, **IF** (2018): **0.789**, (Q2) <http://journal.pmf.ni.ac.rs/filomat/index.php/filomat/article/view/9338>
- 1.10. G. Ganchev, K. Kanchev, *Relation between the maximal space-like surfaces in R^4_2 and the maximal space-like surfaces in R^3_1* , C. R. Acad. Bulg. Sci., 72 (2019), 6, 711-719. DOI:10.7546/CRABS.2019.06.02, ISSN: 1310-1331, **IF** (2018): **0.321**, (Q4)

- **в други издания:**

- 1.11. Й. Давидов, О. Мушкарров, *Хармонични почти комплексни структури*, Списание на БАН, 1 (2019), 13-18, ISSN:0007-3989.
- 1.12. L. Andreev, N. Nikolov, M. Trybula, *Gromov hyperbolicity of the Kobayashi metric*, Pliska Stud. Math. 30 (2019), 21-28. <http://www.math.bas.bg/~pliska/Pliska-30/Pliska-30-2019-021-028.pdf>

- **в депозитни бази данни (ръкописи на публикации, изпратени за печат):**

- 1.13. N. Nikolov, K. Verma, *On the squeezing function and Fridman invariants*, arXiv: 1810.10739, <https://arxiv.org/abs/1810.10739>
- 1.14. G. Ganchev, K. Kanchev, *Weierstrass representations for maximal space-like surfaces in R^4_2* . ArXiv:



Описание на очакваните резултати по проекта (до 1 стр. в рамките на полето по-долу):

- ✓ Установяване на условията върху ориентирано четиримерно Риманово многообразие, при които една естествена почти комплексна структура върху неговото обобщено туисторно пространство, дефинирана чрез метрична свързаност с анти-симетрична торзия, е интегрируема.
- ✓ Намиране на условия върху ориентирано четиримерно Риманово многообразие, при които едно естествено седеммерно подмногообразие на неговото обобщено туисторно пространство е интегрируемо като многообразие на Коши-Риман.
- ✓ Установяване на условия, при които това подмногообразие е нормално почти контактно многообразие.
- ✓ Намиране на условия върху почти Ермитово многообразие, при които неговата почти комплексна структура дефинира изображение от многообразието в туисторното му пространство, което е напълно геодезично, (1,1)-геодезично или Ермитово хармонично.
- ✓ Намиране на геометричните условия върху 4-мерно почти Ермитово многообразие, при които кривините на естествените Ермитови свързаности на туисторното му пространство, снабдено със съвместимата почти Ермитова структура има следните свойства: а) скаларните им кривини са пропорционални на Римановата скаларна кривина; б) изпълняват първото тъждество на Бианки; в) изпълняват кривинните тъждества на Грей.
- ✓ Построяване на нови примери на такива многообразия.
- ✓ Определяне на холоморфния тип на съвместими почти комплексни структури върху туисторни пространства.
- ✓ Определяне на холоморфния тип на ляво-инвариантни симплектични почти комплексни структури върху обобщени многообразия на Търстън.
- ✓ Намиране на оптимална оценка в термините на разстоянието до границата на притискащата функция на дадена област около строго псевдоизпъкнала гранична точка.
- ✓ Описание на равнинните области, за които притискащата функция е ограничена отдолу от положителна константа.
- ✓ Въвеждане на естествени параметри върху повърхнини с паралелен нормиран вектор на средната кривина в 4-мерно Евклидово пространство или в пространство-време на Минковски.
- ✓ Извеждане на система естествени частни диференциални уравнения, описващи класа на повърхнините с паралелен нормиран вектор на средната кривина.
- ✓ Доказване на фундаментална теорема за съществуване и единственост за квази-минимални повърхнини в 4-мерно псевдо-Евклидово пространство с неутрална метрика.
- ✓ Намиране на Вайерщрасови представления на минимални повърхнини в 4-мерно пространство на Минковски.



Членове на научния колектив

Организации/участници ¹	Бележка ²
Базова организация:	
Институт по математика и информатика - БАН	
Ръководител на научния колектив	
Проф. д-р Величка Милушева	
Участници:	
Чл.-кор. проф. д-мн Олег Мушкарров – ИМИ-БАН	ДО МУ, ДО
Чл.-кор. д-мн Николай Николов – ИМИ-БАН	
Проф. д-мн Йохан Давидов – ИМИ-БАН	
Доц. д-р Георги Ганчев – асоцииран член на ИМИ-БАН	
Яна Алексиева – ФМИ, СУ „Св. Климент Охридски“, докторант на ИМИ	
Виктория Бенчева – ВТУ „Св. св. Кирил и Методий“, докторант на ИМИ	
Партньорска организация:	
Участници:	
Партньорска организация:	
Участници:	
Партньорска организация:	
Участници:	

¹ Отбележете академичната длъжност, научната степен, име и фамилия на всеки участник като включите и участниците, които са работили по проекта не през целия период за изпълнение на проекта

² Отбележете дали участникът в колектива е млад учен (МУ), постдокторант (ПД), докторанти (ДО) или студенти (СТ), или учен от чужбина (УЧ).



Постигнати резултати от изпълнението на проекта и кратък анализ на тяхната приложимост (до 1 стр. в рамките на полето по-долу)

- ✓ Намерени са условията за интегрируемост на ограниченията на четирите естествени обобщени почти комплексни структури върху свързаните компоненти на обобщеното туисторно пространство върху многообразие, снабдено с обобщена метрика. Установено е, че за разлика от обичайните туисторни пространства, обобщените туисторни пространства притежават вътрешни автомофизми.
- ✓ Конструирани са многообразия с Риманова структура на почти произведение, на които са определени класовете на Gil-Medrano и Naveira.
- ✓ Намерени са условията за интегрируемост на четирите естествени почти комплексни структури върху разслоението-произведение $Z \times Z$ на обичайното туисторно пространство Z на базовото многообразие в случая на четиримерно базово многообразие. На условията за интегрируемост е дадена интерпретация в термините на геометрията на Вайл.
- ✓ Установени са оценки отдолу за притискащата функция на дадена област около $C^{k,\alpha}$ -гладка строго псевдоизпъкнала гранична точка ($k = 2, 3, 0 < \alpha < 1$). Като приложение е намерено граничното поведение на различни инварианти на Бергман.
- ✓ Установени са неравенства между притискащата функция и инвариантите на Фридман на дадена област в C^n .
- ✓ Доказано е, че ако от ограничена C -изпъкнала област извадим краен брой хиперравнини, то получената област не е хиперболична относно разстоянието на Кобаяши.
- ✓ Доказано е, че обемът на Каратеодори-Айзенман е сравним с обема на индикатрисата на метриката на Каратеодори с точност до малка/голяма константа, зависещи само от n .
- ✓ Въведени са естествени параметри върху повърхнини с паралелен нормиран вектор на средната кривина в 4-мерно Евклидово пространство или в пространство-време на Минковски.
- ✓ Получени са системи естествени частни диференциални уравнения, описващи класа на повърхнините с паралелен нормиран вектор на средната кривина.
- ✓ Намерени са примери на повърхнини с паралелен нормиран вектор на средната кривина и експлицитни решения на съответните системи частни диференциални уравнения.
- ✓ Въведени са специални параметри върху квази-минимална повърхнина в R_2^4 и са изведени формули на Френе и условия за интегрируемост на квази-минимална повърхнина.
- ✓ Доказано е, че всяка максимална пространствено-подобна повърхнина в R_2^4 , без изродени точки, притежава канонично Вайерщрасово представяне.
- ✓ Доказано е, че всяка максимална пространствено-подобна повърхнина без изродени точки в R_2^4 определя две максимални пространствено-подобни повърхнини в тримерно пространство на Минковски и обратно.